

**MINISTERE DES ENSEIGNEMENTS PRIMAIRE
SECONDAIRE ET DE LA FORMATION
PROFESSIONNELLE**

CABINET

SECRETARIAT GENERAL

DIRECTION DES FORMATIONS

REPUBLIQUE TOGOLAISE

Travail-Liberté-Patrie

**MODULE DE FORMATION DES
PROFESSEURS DE MATHEMATIQUES
DES COLLEGES D'ENSEIGNEMENT
GENERAL DU TOGO**

Ce module est élaboré par :

M. Tapha ALEGBEH : Directeur de l'Enseignement Secondaire Général du MEPSFP

M. Talaki PERE : Directeur Régional de l'Education Golfe-Lomé Commune

M. Komlan NOUWOSSAN : Inspecteur de mathématiques IESG Golfe Ouest

M. Abdou Razak CISSE : Inspecteur de mathématiques IESG Adéta

M. Kokouvi DATE-MASSE : Inspecteur de Mathématiques IESG Vogan

**M. Komlan Dodjidénou DJADJA-AVONYO : Professeur de Mathématiques CEG Agoe-Nyivé
Centre**

M. Agba SEYDOU : Professeur de Mathématiques CEG Kélégougan

Infographistes :

KOUEVI-KOKO Ekoué

OTTOU Komivi Flavien

Sous la Coordination de :

M. Essohanam Kokou BIYAO Directeur des Formations du MEPSFP.

PRESENTATION DU MODULE

Le PSE 2014-2025 prévoit prioritairement de développer un enseignement fondamental de qualité prenant en compte le primaire et le premier cycle du secondaire.

C'est dans cette perspective que le Ministère des Enseignements primaire, secondaire et de la Formation professionnelle (MEPSFP) s'est engagé avec l'accompagnement du Projet d'appui à la Réforme du collège (PAREC) pour une expérimentation visant à réformer et à développer les collèges en vue d'améliorer l'accès et la parité, la qualité et l'efficience.

L'amélioration de la qualité des enseignements/apprentissages passe par la révision du dispositif de formation initiale des professeurs et la mise en place d'un programme de formation continue axé sur la maîtrise de l'enseignement du français, des sciences expérimentales et des mathématiques.

L'enseignement des mathématiques au collège doit contribuer à la construction d'une culture scientifique et au développement de la maîtrise du langage logico-mathématique chez les apprenants. Les acteurs principaux que sont les enseignants doivent, pour ce faire, être outillés et posséder les compétences nécessaires pour l'organisation des apprentissages dans leurs classes pour atteindre cet objectif.

Le présent module est donc conçu pour servir de support pour la formation des professeurs de mathématiques des collèges du Togo. Il s'organise autour de trois unités de formation (UF).

La première Unité de Formation (UF1) d'une durée de 16 h est consacrée à la didactique des mathématiques.

La deuxième, l'UF2, d'une durée totale de 40 h, développe des fondamentaux en mathématiques et procède à la clarification de certaines notions qui prêtent à confusion.

La troisième, l'UF3, relative aux évaluations en mathématique, a une durée de 24 h.

OBJECTIFS DU MODULE

Objectif général :

Renforcer les capacités des professeurs de mathématiques des collèges en vue d'une meilleure organisation des apprentissages dans les classes.

Objectifs spécifiques :

- Conduire une activité pédagogique en classe
- Organiser l'évaluation des apprentissages en mathématiques

CONTENU DU MODULE DE FORMATION

Les trois Unités de Formation(UF) du module sont réparties en 8 séquences déclinées à leur tour en 21 séances telles que présentées dans le tableau ci-dessous :

Unité de formation	Noms	Séquences	Séances	Durée
UF1 16h	DIDACTIQUES DES MATHEMATIQUES	1 : Les Programmes et les IO	1/ Place et rôle des programmes	3h
			2/ Planification pédagogique	2h
		2 : Les différentes activités de l'enseignement /apprentissage des mathématiques	1/ La préparation d'une leçon de mathématique	2h
			2/ La conduite d'une leçon de mathématique	3h
			3/ La préparation et la conduite d'une séance de correction d'exercices	3h
			4/ La préparation et la conduite d'une séance de compte rendu de devoir	3h
UF2 40h	CLARIFICATION DE NOTIONS MATHÉMATIQUES ET APPROFONDISSEMENT	1 : Activités de découverte / contrôle des pré-requis / Renforcement des connaissances antérieures	1/ Contrôle de pré-requis et activités de découverte <ul style="list-style-type: none"> - Conception d'exercices de contrôle des pré-requis - Construction d'une activité à partir des objectifs pédagogiques : <u>Exemples</u> <ul style="list-style-type: none"> ➤ Nombres décimaux relatifs (introduction en 6^e, produit en 5^e) ➤ Symétriques de deux droites perpendiculaires par rapport à une droite (5^e) 	10h

			➤ Droites des milieux (4 e) ➤ Théorème de Pythagore (4e) ➤ Angles inscrits (3°) ➤ Propriétés de Thalès	
			2/ Conception d'exercices de renforcement des connaissances	3h
			1/ Elaboration d'une fiche pédagogique	2h
			2/ Simulation à partir de la fiche élaborée	2h
		2 : Apprentissage du raisonnement et de la démonstration au collège	1/ Généralités sur le raisonnement et la démonstration	2h
			2/ Apprentissage du raisonnement et de la démonstration au cycle d'observation	3h
			3/ Apprentissage de la démonstration au cycle, d'orientation	3h
		3 Approfondissement : Géométrie dans l'espace et Homothéties	1/ Différentes représentations, calculs d'aires et de volume d'un solide : cas d'un cône	7h
			2/ Positions relatives dans l'espace	4h
			3/ Homothéties en 3e	4h
UF3 24h	EVALUATIONS	1/ Domaines, formes et outils de l'évaluation	1/Domaines et formes de l'évaluation	2h
			2/Conception, élaboration et administration des outils de l'évaluation	6h
		2/ L'exploitation des résultats de l'évaluation et la gestion des erreurs	1/Gestion des obstacles et erreurs des apprenants	4h
			2/Correction des copies	8h
			3/ L'exploitation des résultats de l'évaluation	4h

DEMARCHE METHODOLOGIQUE DE LA FORMATION

La démarche étant participative, les formateurs s'attacheront à chaque séance à :

- Constituer des groupes de 6 à 8 stagiaires,
- Organiser les travaux de groupe conformément au temps imparti,
- Faire restituer en plénière 2 ou 3 groupes
- Organiser les débats en faisant réagir d'abord les autres groupes,
- Faire la synthèse à la fin de la séance

UNITE DE FORMATION 3

UF3 : Evaluations

Présentation de l'UF3 :

La troisième Unité de Formation UF3 est consacrée aux évaluations, l'un des éléments clés du processus Enseignement-apprentissage. Le but principal de cette UF est de situer davantage les enseignants sur la place et le rôle de l'évaluation dans ce processus en distinguant les différentes formes et fonctions. Elle vise aussi à outiller les enseignants en matière d'élaboration des instruments de l'évaluation, de gestion des erreurs des apprenants et de l'exploitation des résultats d'une évaluation.

Objectifs de l'UF2 :

Les compétences visées par l' UF3 sont :

- La maîtrise des différentes formes de l'évaluations et leurs fonctions ;
- La gestion des erreurs des apprenants.

Objectifs spécifiques :

- Distinguer les différentes formes et fonctions de l'évaluation ;
- Concevoir au mieux des outils et les instruments de l'évaluation ;
- Analyser les erreurs des apprenants en vue d'une remédiation.

Contenu de l'UF3 :

L'UF3 comporte deux (2) séquences subdivisées en cinq (5) séances.

Unité de formation	Noms	Séquences	Séances	Durée
UF3 24H	EVALUATIONS	1/ Domaines, formes et outils de l'évaluation	1/Domaines et formes de l'évaluation	2H
			2/Conception, élaboration et administration des outils de l'évaluation	6H
		2/ L'exploitation des résultats de l'évaluation et la gestion des erreurs des apprenants	1/Gestion des obstacles et erreurs des apprenants	4H
			2/Correction des copies	8H
			3/ L'exploitation des résultats de l'évaluation	4H

SEQUENCE 1 : DOMAINES, FORMES ET OUTILS D'EVALUATION

Problématique

Les indicateurs de l'efficacité interne de notre sous-système ne sont pas encourageants, les taux de redoublement qui culminent autour 37% malgré le gros investissement des décideurs, et de tous les acteurs de l'enseignement le prouve. Une simple observation des pratiques enseignantes révèle que dans le processus enseignement/apprentissage les différents acteurs ne comprennent pas toujours le rôle qu'ils doivent jouer pour faire asseoir la dernière étape de ce processus qu'est l'évaluation. Des questions comme :

- Pourquoi évaluer ?
- Pour qui évaluer ?
- Comment évaluer ?

Se posent et la plupart des acteurs n'ont pas les réponses efficaces.

Les deux premières interrogations seront abordées dans les domaines et les formes de l'évaluation.

La dernière trouvera sa réponse dans les outils et instruments de l'évaluation.

SEANCE 1 (2 heures) : **Domaines et formes d'évaluation**

Dans notre démarche, les termes domaines et formes de l'évaluation sont similaires.

Consignes pour le formateur

- Constituer des groupes de 5 ou 6 stagiaires
- Faire dégager par les stagiaires :
 - ce qu'est une évaluation des apprentissages ;
 - les buts de l'évaluation.
- Demander à un groupe de restituer.
- Faire la synthèse.

Consignes d'activités pour le stagiaire

- Qu'évoque en vous la notion d'évaluation ?
- Identifier les différentes formes de l'évaluation.
- Décrire et situer ces différentes formes dans la pratique de la classe.

Synthèse du formateur

L'évaluation des apprentissages consiste à porter un jugement sur ceux-ci, et permet de recueillir, d'analyser et d'interpréter des données dans le but de prendre des décisions pédagogiques.

On distingue dans notre système plusieurs formes d'évaluations. Les plus fréquentes sont : l'évaluation diagnostique, l'évaluation formative et l'évaluation sommative.

- L'évaluation diagnostique

L'évaluation diagnostique ou l'évaluation zéro apparaît en début d'apprentissage (contrôle des pré-acquis au début de l'année scolaire, contrôle des prérequis au début d'une leçon ou d'une séquence,) et permet à l'enseignant d'apprécier le niveau de la classe, afin de prévoir la stratégie pédagogique appropriée pour travailler efficacement.

- L'évaluation sommative

L'évaluation sommative est certificatrice, elle intervient en fin d'apprentissage ou à des étapes bien données du cursus de l'apprentissage.

Cette évaluation permet de confirmer ce que l'élève a appris, d'élaborer un classement, de voir si l'élève possède les qualifications requises pour poursuivre l'apprentissage, ou passer à la prochaine année scolaire, mais surtout, s'il possède les prérequis pour l'obtention d'un diplôme.

En ce sens, l'objectif principal de l'évaluation sommative est d'informer de la progression des apprentissages et des acquisitions des élèves à la fin d'une étape d'un cursus scolaire (devoirs surveillés, compositions trimestrielles ou semestrielles, examens nationaux). Elle caractérise ainsi les fonctions sociale et institutionnelle de l'école.

- L'évaluation formative

L'évaluation formative intervient au cours du processus de l'apprentissage, elle est régulatrice.

Elle joue un rôle essentiel dans la façon dont les élèves apprennent, dans leur motivation à apprendre et dans la façon dont les enseignants enseignent.

L'évaluation formative vise divers buts :

- *L'évaluation au service de l'apprentissage* : elle éclaire les enseignants sur ce que les élèves comprennent et leur permet de planifier et d'orienter l'enseignement tout en fournissant une rétroaction utile aux élèves.

- *L'évaluation en tant qu'apprentissage* : elle permet aux élèves de prendre conscience de leurs méthodes d'apprentissage et d'en profiter pour ajuster et faire progresser leurs apprentissages en assumant leur responsabilité.
- *L'évaluation de l'apprentissage* : Les renseignements recueillis à la suite de celle-ci permettent aux élèves, aux enseignants et aux parents, ainsi qu'à la communauté éducative au sens large, d'être informés sur les résultats d'apprentissage atteints à un moment précis afin de souligner les réussites, planifier les interventions et continuer à favoriser la réussite.

Dans ce sens, l'exploitation des résultats d'une évaluation sommative en vue de la mise en place des remédiations met celle-ci au service de l'évaluation formative.

L'évaluation formative doit être planifiée en fonction de ses buts. L'évaluation au service de l'apprentissage, l'évaluation en tant qu'apprentissage et l'évaluation de l'apprentissage ont chacun un rôle à jouer dans le soutien et l'amélioration de l'apprentissage des élèves.

Le rôle de l'évaluation formative est avant tout de rehausser la qualité de l'enseignement et d'améliorer l'apprentissage des élèves.

L'évaluation formative joue un rôle essentiel en fournissant des renseignements utiles pour guider l'enseignant dans son rôle de régulateur, pour aider les élèves à atteindre les prochaines étapes, pour vérifier les progrès et les réalisations et pour prendre une décision.

SEANCE 2 (6H) : Conception, élaboration et administration des outils de l'évaluation

Consignes pour le formateur

- Constituer des groupes de 5 stagiaires
- Faire dégager par les stagiaires les différents instruments et outils pour l'évaluation des apprentissages

Consignes d'activités pour le stagiaire

- Qu'appelle-t-on outil d'évaluation des apprentissages ?
- Qu'appelle-t-on instrument d'évaluation des apprentissages
- Comment conçoit-on ces instruments et ces outils
- Voici un instrument d'évaluation de la classe de 4^e :
On donne un triangle ABC et le milieu O du côté [BC].
Construis le point D tel que : $\overrightarrow{AO} = \overrightarrow{OD}$. Démontre que : $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD}$.
Préciser s'il est cohérent avec un objectif du cours que vous évoquerez
- Proposer des instruments d'évaluation possibles des objectifs pédagogiques de la classe de 5^e suivants :
 - ✓ Calculer le produit de nombres décimaux relatifs ;
 - ✓ Construire le symétrique de deux droites perpendiculaires par rapport à une droite ;
 - ✓ Justifier, à l'aide des propriétés des figures symétriques par rapport à une droite, que deux droites sont perpendiculaires.(Un objectif par groupe de stagiaires)

Synthèse du formateur

Dans la pratique de classe, nous appelons outils d'évaluation des apprentissages, tout moyen par lequel nous arrivons à recueillir des informations nous permettant de prendre des décisions. A ce titre on peut citer les devoirs surveillés, les interrogations de toutes natures, les compositions et les examens.

Les instruments d'évaluation sont les questions que l'on pose aux apprenants dont l'ensemble constitue le sujet du devoir ou de l'interrogation.

Un instrument d'évaluation doit posséder les caractéristiques ci-après :

- **La pertinence** : elle vient de l'adéquation entre les objectifs pédagogiques et les questions.
- **La fidélité** : un instrument de mesure fidèle donne toujours les mêmes résultats quel que soit le nombre de passations et de correcteurs
- **La validité** : la validité d'un instrument d'évaluation passe par la question suivante : l'instrument mesure-t-il ce qu'il prétend mesurer ?
- **La cohérence** : suppose que l'évaluation est en relation directe avec l'apprentissage et avec le programme d'enseignement (il y a un rapport étroit entre ce qui est évalué et ce qui a fait l'objet d'apprentissage)

C'est plus dans la conception de ces instruments que bon nombre d'enseignants/évaluateurs échouent dans leurs pratiques.

SEQUENCE 2 : L'EXPLOITATION DES RESULTATS D'UNE EVALUATION ET LA GESTION DES ERREURS DES APPRENANTS

Problématique

Ils sont nombreux les professeurs qui, pour diverses raisons, réduisent les comptes rendus des évaluations à de simples séances de présentation du corrigé de l'épreuve. La correction des copies se fait généralement sans un relevé des erreurs commises en vue de leur analyse et de la mise en place de la remédiation.

Par ailleurs, les évaluations sont perçues comme une simple formalité de routine pour « fabriquer » des notes en vue de l'établissement des bulletins ; l'exploitation des résultats des évaluations pour une réorientation des apprentissages est quasi absente des pratiques des enseignants.

SEANCE 1 (4 heures) : Gestion des obstacles et erreurs des apprenants

Consignes pour le formateur

- Instaurer le débat sur le statut de l'erreur dans le processus d'enseignement-apprentissage
- Faire identifier les éléments de remédiation.

Consignes d'activités pour le stagiaire

- Quel statut donnez-vous à l'erreur dans le processus Enseignement-apprentissage ?
- Quelles peuvent être les origines des erreurs commises par les apprenants ?
- Proposer des pistes de remédiation suivant les types d'erreurs.

SYNTHESE DU FORMATEUR

- ✓ La conception de l'apprentissage a beaucoup évolué tout comme le statut réservé à l'erreur dans le processus enseignement-apprentissage. Ainsi, l'erreur a de plus en plus perdu son aspect de faute (à sanctionner ou à éviter au mieux) pour devenir un outil au service de l'apprentissage, un indicateur des processus intellectuels mis en jeu par l'apprenant.

Le tableau ci-après présente le statut de l'erreur en fonction de la conception de l'apprentissage.

CONCEPTION DE L'APPRENTISSAGE	PRINCIPE	STATUT DE L'ERREUR	ANALYSE DE L'ERREUR
<i>Modèle transmissif</i> (pédagogie traditionnelle)	<ul style="list-style-type: none"> - Conception de la « tête vide » : l'enseignant agit sur « l'objet Elève » pour lui transmettre le savoir ; - Apprentissage basé sur l'écoute, l'observation, l'imitation, la reproduction du modèle enseigné 	Rejet de l'erreur : Si elle se produit alors elle est de la responsabilité de l'apprenant, ici considéré comme « fautif »	<ul style="list-style-type: none"> - l'analyse est faite en termes de manque, d'anomalie. Constat de l'absence d'acquis chez l'apprenant - Erreur perçue comme des dysfonctionnements didactiques qui auraient dû être évités
<i>Modèle Behavioriste (comportementaliste)</i> (Pédagogie par objectifs) (F. Skinner)	Faire passer l'apprenant d'un état de connaissances à un autre en ménageant des étapes intermédiaires graduées, allant du simple au complexe, en découpant les compétences globales en compétences élémentaires, et en distinguant également les différents niveaux taxonomiques	L'erreur est à éviter : sa survenue est plutôt une conséquence de la progression jugée trop rapide que de la responsabilité de l'apprenant	<ul style="list-style-type: none"> - Non maîtrise des connaissances : - déclaratives (savoirs : définitions, règles, théorèmes...) – procédurales (savoir-faire : techniques, algorithmes...) - Non disponibilité des connaissances (capacité à mobiliser les connaissances à bon escient, à les réinvestir...) - Absence de capacités logiques, de raisonnement (gestion des données d'un problème, articulation de sous-problèmes, conduite d'une procédure par essai-erreurs)
<i>Modèle constructiviste</i> (J. Piaget / G. Brousseau)	<ul style="list-style-type: none"> - Appropriation de la connaissance par l'exploration et l'apprentissage actif. - Erreur perçue comme une marche d'un savoir à un autre dans l'élaboration des connaissances nouvelles 	Valorisation de l'erreur : Erreur considérée comme un indicateur des processus intellectuels mis en jeu par l'élève	L'erreur est l'expression ou la manifestation d'un savoir ancien qui se dresse en obstacles pour acquérir et maîtriser de nouveaux concepts.

✓ En fait l'erreur est inhérente au processus Enseignement-apprentissage. L'apprentissage n'est pas un processus linéaire : Il s'établit à travers essais, tâtonnements, erreurs, échecs... Aussi l'élève a-t-il un droit à l'erreur qui doit être reconnu et pris en compte.

L'exploitation de l'erreur devient pour l'enseignant un instrument de régulation pédagogique. Elle lui permet d'appréhender les démarches d'apprentissage des élèves, d'identifier leurs besoins et d'y répondre par le biais d'une pédagogie différenciée, de les évaluer avec pertinence.

2/ LES OBSTACLES :

Les erreurs sont les symptômes intéressants d'obstacles auxquels la pensée des élèves se trouve affrontée. On peut en distinguer principalement trois suivant les relations qui s'établissent entre les trois pôles du triangle didactique : Savoir – Elève – Enseignant

2.1. L'obstacle ontologique : *le pôle élève*

On appelle obstacle ontologique tout obstacle lié au développement psychogénétique de l'individu. Certaines erreurs sont les faits des limites du développement intellectuel de l'enfant à un moment donné. Ainsi, selon le stade auquel il appartient, il existera un certain type d'erreurs. J.Piaget démontre notamment que la conservation des quantités numériques n'est pas acquise avant l'âge de sept ans.

2.2 L'obstacle épistémologique : *le pôle savoir*

Certaines erreurs trouvent leur origine dans la science faisant l'objet de l'apprentissage. Les obstacles épistémologiques sont constitutifs de la connaissance visée. Ils apparaissent surtout quand sont commises des confusions de notions voisines qui attribuent à un des concepts un statut qu'il n'a pas.

2.3 L'obstacle didactique

Ce sont les obstacles les plus nombreux et qui sont liés aux situations d'enseignement dans lesquelles sont plongés l'élève et l'enseignant.

On distingue trois grands types d'obstacles :

- les obstacles dus à la transposition didactique.
- les obstacles liés à la technologie pédagogique du maître.
- les obstacles liés à l'insuffisante maîtrise des outils méthodologiques de l'élève.

2.3.1 Les obstacles dus à la transposition didactique : *axe maître-savoir*

La transposition didactique caractérise le passage du « savoir savant » en « savoir à enseigner ». Cette démarche de transformation contraint l'enseignant à simplifier les connaissances en évitant de les dénaturer. Il arrive alors que cette simplification entraîne certaines erreurs dues aux connaissances incomplètes ou erronées.

Exemple d'erreurs dues aux connaissances incomplètes :

Pour simplifier l'apprentissage de la soustraction, on dit aux enfants qu'il est impossible de soustraire à un nombre, un nombre plus petit que lui. Pourtant, lorsque les enfants seront confrontés aux nombres relatifs au collège, ils devront comprendre qu'en fait, cette opération est possible. L'élève devra donc abandonner l'organisation qu'il avait adoptée pour lui substituer une structure introduisant des ruptures didactiques.

Exemples d'erreurs dues aux connaissances erronées :

Longtemps les nombres décimaux ont été introduits non pas comme des nombres nouveaux mais comme la suite des nombres entiers. Les situations d'apprentissage présentaient les nombres décimaux à partir de mesure telle que 7m 16cm qui était ramenée à 7,16m. De ce fait, beaucoup d'élèves ne considèrent pas les nombres décimaux comme un nombre à part entière, mais comme deux entiers séparés par une virgule. Ils écriront donc : $7,4 < 7,16$;

$8,3 < 8,47 < 8,235$

La construction de stéréotypes lors de situations d'apprentissage génère l'apparition d'erreurs, notamment en géométrie. L'élève se représente le carré de façon prototypique « assis sur un côté ».

2.3.2- Les obstacles liés à la technologie pédagogique de l'enseignant: *axe maître-élève*

Les incompréhensions et les erreurs de l'élève peuvent être liées aux techniques et aux procédés employés par l'enseignant.

– *L'obstacle du langage :*

Afin d'améliorer la compréhension de certains mots difficiles, l'enseignant utilise la métaphore pour les illustrer. Ce procédé peut entraîner une mauvaise interprétation. Il arrive que l'élève commette une erreur dans l'accomplissement d'une tâche à cause d'une mauvaise compréhension de la consigne. Ceci peut être lié au fait que les termes employés par l'enseignant dans les énoncés ne sont pas aussi transparents qu'il l'imagine.

– *L'obstacle lié au contrat didactique :*

Le contrat didactique est, selon Guy Brousseau, un ensemble de règles qui régissent le fonctionnement d'un groupe-classe et les rapports entre l'enseignant et les élèves en ce qui concerne une tâche. Ces règles sont souvent implicites, car elles sont devenues des habitudes pour l'élève. Elles sont perçues par lui comme des repères réguliers lors des activités.

C'est ce qui se produit lorsque l'élève se trouve face à un problème où il pense qu'il faut utiliser toutes les données ou que le problème a forcément une solution.

2.3.3- Les obstacles liés à l'insuffisante maîtrise des outils méthodologiques de l'élève et aux connaissances initiales : *axe élève-savoir*

Le manque de savoirs méthodologiques induit beaucoup d'erreurs. L'élève ne prend pas assez de recul par rapport à la tâche proposée, il se restreint aux indicateurs de surface d'un problème, ce qui entraîne un mauvais choix des outils pour résoudre le problème. L'insuffisante maîtrise de savoirs et de savoir-faire comme la technique de lecture, peut avoir des répercussions dans de nombreuses disciplines

3/ Typologie des erreurs et Remédiation (d'après Jean-Pierre Astolfi, didacticien et professeur de sciences de l'éducation à l'Université de Rouen)

Les erreurs peuvent être liées

- à la compréhension des consignes
- aux habitudes scolaires
- aux conceptions alternatives des élèves
- à la surcharge cognitive
- aux opérations intellectuelles
- aux démarches adoptées par les élèves

Type d'erreurs	Médiations et remédiations
Erreurs relevant de la compréhension des consignes	<ul style="list-style-type: none"> – Les termes employés ne sont pas toujours concrets pour les élèves : vérifier la compréhension du lexique et faire reformuler par l'élève. – Donner des consignes courtes ne comportant qu'une seule action, puis complexifier progressivement. – Varier l'énoncé des consignes à partir d'un même support.
Erreurs résultant d'un mauvais décodage des règles du contrat didactique	<ul style="list-style-type: none"> – Eviter d'enfermer les élèves dans des habitudes scolaires. – Aider l'élève à décoder les règles implicites de la situation.
Erreurs témoignant des conceptions alternatives des élèves	<ul style="list-style-type: none"> – Analyser les représentations et les obstacles sous-jacents à la notion étudiée. Ceci nécessite un travail d'identification de l'obstacle par l'enseignant. – Pour faire avancer les élèves sur les connaissances erronées on peut utiliser : <ul style="list-style-type: none"> ▪ la confrontation entre élèves étayée par une réflexion soutenue par l'enseignant ; ▪ la discussion entre l'enseignant et l'élève.
Erreurs dues à la surcharge cognitive	<ul style="list-style-type: none"> – Les situations problèmes doivent être adaptées aux capacités des élèves. – L'enseignant doit mener un étayage pour soulager la charge de travail face à la complexité du contenu.
Erreurs liées à la nature des opérations intellectuelles	<ul style="list-style-type: none"> – L'apprentissage se construit à long terme en passant par des étapes successives de la manipulation à l'abstraction. – Consolider les connaissances de base par des exercices d'entraînement.
Erreurs liées aux démarches adoptées par les élèves : <i>Les démarches utilisées par les élèves diffèrent de celles attendues par l'enseignant.</i>	<ul style="list-style-type: none"> – Les procédures personnelles utilisées par les élèves sont souvent sources d'erreurs. – Analyser les démarches utilisées par les élèves – Pour une situation donnée, proposer différentes stratégies de résolution possibles. – Mener un enseignement explicite afin que l'élève comprenne la procédure experte attendue

SEANCE 2 (8 heures) : Correction des copies

Consignes pour le formateur

- Remettre à chaque stagiaire l'énoncé du devoir et la copie à corriger (la même pour tous les stagiaires)
- Chaque stagiaire élabore son corrigé type avec le barème.
- Ensuite le groupe, à la suite de la mise en commun, adopte le corrigé et le barème.
- Chaque stagiaire corrige la copie et l'animateur du groupe relève les notes attribuées sur une fiche.
- Lancer les débats dans chaque groupe à propos des écarts constatés

Consignes d'activités pour le stagiaire

- Elaborer le corrigé type de l'épreuve ci-dessous avec le barème, individuellement puis en groupe.
- Corriger la copie
- Comparer les notes attribuées et rechercher les causes des écarts
- Relever les erreurs commises et proposer des remédiations

Documents de travail

- **Epreuve de mathématiques** **Classe de 3e** **Durée : 2h**

Exercice 1(5,5pts)

On considère les expressions littérales suivantes où x désigne un nombre réel.

$$F = (x + 2)(x - 4) + (3x - 5)(2x + 4) \quad \text{et} \quad G = (2x - 3)^2 - (x - 1)^2$$

- 1- Développe, réduis et ordonne F suivant les puissances croissantes de x . **(1pt)**
- 2- Calcule la valeur numérique de G pour $x = 0$. **(0,5pt)**
- 3- Factorise F . **(1pt)**
- 4- Résous l'équation $F = 0$. **(1pt)**

5- On pose : $Q = \frac{7(x+2)(x-2)}{(x-2)(3x-4)}$

- Détermine la condition d'existence d'une valeur numérique de Q. **(1pt)**
- Simplifie Q. **(0,5pt)**
- Calcule la valeur numérique de Q pour $x = \sqrt{2}$. **(0,5pt)**

Exercice 2 (5,5pts)

- Trois sœurs Anne, Bella et Carine, âgées respectivement de 5 ; 7 et 9ans se partagent une somme de 2 .205. 000 F, proportionnellement à leur âges. Quelle est la part de chacune des sœurs. **(2pts)**
- Ecris plus simplement les nombres A, B, C et D :

$$A = \sqrt{1995 \times 1996 + 1996} \quad \textbf{(0,75pts)} \quad ; \quad B = \sqrt{96} - \sqrt{54} + \sqrt{24}$$

$$\textbf{(0,75pts)} \quad C = \frac{\sqrt{2}-5}{2\sqrt{3}+3\sqrt{2}} \quad \textbf{(1pt)} \quad ; \quad D = -5a^2 \sqrt{a^{-5} b^6} c^{-4} \quad \textbf{(1pt)}$$

Exercice 3 (5pts)

DIA est un triangle tel que AD = 10cm, DI= 8cm et AI= 6cm. E est un point de la droite (AI) tel que IE= 1,5 cm et F, un point de la droite (DI) tel que les droites (EF) et (AD) soient parallèles.

- Faire une figure propre **(1,5pts)**
- Calcule IF **(1pt)**
- Place sur le segment $[DI]$, le point N tel que IN = 6cm et sur le segment $[AI]$, le point M tel que IM = 4,5 cm . **(1pt)**
 - Démontre que les droites (MN) et (AD) sont parallèles **(1,5pts)**

Exercice 4 (4pts)

L'unité est le centimètre. EFG est un triangle rectangle en E tel que : EF = 8 et EG= 6 ; H est le pied de la hauteur issue de E **(1,5pt)**

- Calcule FG et EH **(2pts)**
- Calcule $\sin \hat{F}$ **(0,5pt)**

▪ Copie d'un élève

DEVOIR DE MATHÉMATIQUES

Exercice 1

$$\begin{aligned} 1/ F &= (x+2)(x-4) + (3x-5)(2x+4) \\ &= x^2 - 4x + 2x - 8 + 6x^2 + 12x + 10x + 20 \\ F &= 7x^2 - 24x + 12 \end{aligned}$$

2/ La valeur numérique de G pour $x=0$

$$\begin{aligned} G &= (2x-3)^2 - (x-1)^2 \\ &= (2(0)-3)^2 - (0-1)^2 \\ G &= 0 \end{aligned}$$

3/ Factorisons F

$$\begin{aligned} (x+2)(x-4) + (3x-5)(2x+4) &= (x+2)(x-4) + (3x-5)(x+2) \\ &= (x+2)[(x-4) + (3x-5)] \\ F &= (x+2)(4x-9) \end{aligned}$$

4/ Résolvons l'équation $F=0$

$$\begin{aligned} F=0 &\text{ équivaut à } (x+2)(4x-9)=0 \\ x+2=0 &\text{ ou } 4x-9=0; \quad x=-2 \text{ ou } 4x=9 \\ x &= -2 \text{ ou } x = \frac{9}{4} \end{aligned}$$

5/a) Déterminons la condition d'existence de Q

$$\begin{aligned} Q &= \frac{7(x+2)(x-2)}{(x-2)(3x-4)} \quad \bullet \text{ Q existe si } (x-2)(3x-4) \neq 0 \\ &\quad (x-2) \neq 0 \text{ et } (3x-4) \neq 0 \\ &\quad x \neq 2 \text{ et } 3x \neq 4 \\ &\quad x \neq 2 \text{ et } x \neq \frac{4}{3} \end{aligned}$$

$$\boxed{\text{Q existe si } x \neq 2 \text{ et } x \neq \frac{4}{3}}$$

b) Simplifions Q.

$$x \neq 2 \text{ et } x \neq \frac{4}{3}, \text{ on a } Q = \frac{7(x+2)}{3x-4}$$

c) Valeur numérique de Q pour $x = \sqrt{2}$

$$Q = \frac{7(\sqrt{2}+2)}{3\sqrt{2}-4} = \frac{7\sqrt{2}+14}{3\sqrt{2}-4}$$

Exercice 2

1) Soit x, y et z les parts des âges

$$\frac{x}{5} = \frac{y}{7} = \frac{z}{9} = \frac{2 \cdot 205 \cdot 000}{5+7+9} = 100\,000$$

$$\frac{x}{5} = 100\,000 \text{ équivaut à } x = 5 \times 100\,000 = 500\,000$$

$$\frac{y}{7} = 100\,000 \text{ équivaut à } y = 7 \times 100\,000 = 700\,000$$

$$\frac{z}{9} = 100\,000 \text{ équivaut à } z = 9 \times 100\,000 = 900\,000$$

$$\text{Anne} = 500\,000 \text{ F; Bella} = 700\,000 \text{ F; Carine} = 900\,000 \text{ F}$$

2) Écrivons plus simplement A, B, C et D

$$A = \sqrt{1995 \times 1996 + 1996} = \sqrt{1996(1995+1)}$$

$$= \sqrt{(1996)^2} = 1996$$

$$\underline{A = 1996}$$

$$B = \sqrt{96} - \sqrt{54} + \sqrt{24}$$

$$= \sqrt{2 \times 4^2 \times 3} - \sqrt{2 \times 3^2 \times 3} + \sqrt{2^3 \times 3}$$

$$= 6\sqrt{4} - 6\sqrt{9} + 6\sqrt{4}$$

$$= 24 - 18 + 12$$

$$\underline{B = 18}$$

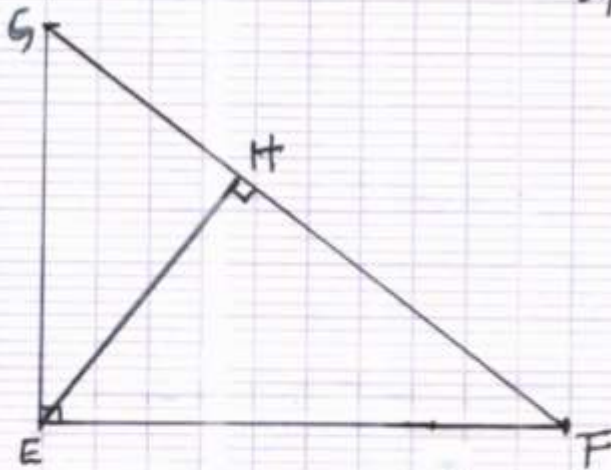
$$C = \frac{\sqrt{2}-5}{2\sqrt{3}-3\sqrt{2}} = \frac{(\sqrt{2}-5)(2\sqrt{3}+3\sqrt{2})}{(2\sqrt{3}-3\sqrt{2})(2\sqrt{3}+3\sqrt{2})}$$

$$= \frac{4-6-10\sqrt{3}-15\sqrt{2}}{(2\sqrt{3})^2 - (3\sqrt{2})^2} = \frac{-2-10\sqrt{3}-15\sqrt{2}}{6-6}$$

$$C = -2 - 10\sqrt{3} - 15\sqrt{2}$$

$$D = -5a^2 \sqrt{a^{-5} b^6 c^{-4}} =$$

Exercice 4



$$\begin{aligned} 1/ * F_G^2 &= EF^2 + EG^2 \\ &= 8^2 + 6^2 \\ &= 64 + 36 \\ &= 100 \end{aligned}$$

$$F_G = \sqrt{100} = 10$$

$$\begin{aligned} * H_G &= F_G - F_H \\ &= 10 - 6,5 \\ &= 3,5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} EG^2 &= EH^2 + H_G^2 \text{ donc } EH^2 = EG^2 - H_G^2 \\ EH^2 &= 6^2 - 3,5^2 = 36 - 12,25 = 23,75 \\ EH &= \sqrt{23,75} \end{aligned}$$

$$2/ \sin \hat{F} = \frac{EG}{F_G} = \frac{6}{10} = 0,6 \quad \underline{\sin \hat{F} = 0,6}$$

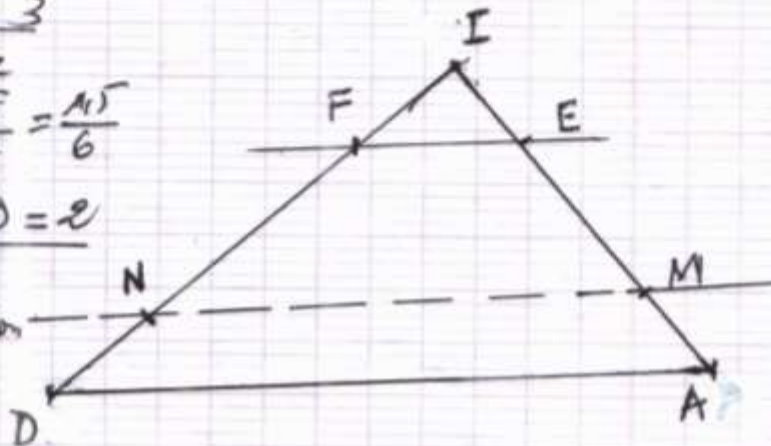
Exercice 3

1/ Figure

$$2/ \frac{IF}{ID} = \frac{IE}{IA} = \frac{15}{6}$$

$$\underline{IF = 0,25 ID = 2}$$

3/ Construction de M et N



SYNTHESE DU FORMATEUR

✓ En matière de correction des copies de devoir, il arrive souvent que la répartition des points des points et le seuil de réussite d'une question donnée varient d'un enseignant à un autre. Ainsi la même copie ne sera pas appréciée de la même façon par deux enseignants différents.

D'où la nécessité pour les enseignants corrigeant les copies d'un devoir portant épreuve commune d'harmoniser les règles d'appréciation des productions des élèves.

Pour fixer le seuil de réussite de chaque question posée, ce qui permet de répartir judicieusement les points, il faut d'abord identifier les objectifs pédagogiques visés, les étapes clés de la résolution et les tâches à accomplir.

Au cours de la correction l'enseignant relève les erreurs commises par les élèves, les analyse en identifiant les causes et envisage les stratégies de remédiation.

✓

Exercice	Questions	Objectifs pédagogiques visés	Etapes clés de résolution / Tâches à accomplir	Répartition des points
1	1/	Développer, réduire et ordonner un polynôme	Développement de $(x+2)(x-4)$ et $(3x-5)(2x+4)$	0,25 + 0,25
			Réduction des termes	0,25
			Rangement dans l'ordre demandé	0,25
	2/	Calculer une valeur numérique	Remplacement de x par 0 dans G	0,25
			Justesse du calcul : $G = 8$	0,25
	3/	Factoriser un polynôme	Mise en facteur de x+2 : $(x+2)[x-4+2(3x-5)]$	0,5
			Réduction du second facteur : $(x+2)(7x-14)$	0,25
			Résultat final : $F = 7(x+2)(x-2)$	0,25
	4/	Résoudre une équation se ramenant à une équation du premier degré	Utilisation de la forme factorisée de F : $7(x+2)(x-2) = 0$	0,25
			Résolution : $x+2 = 0$ ou $x-2 = 0$ $x = -2$ ou $x = 2$	0,25 0,25+0,25
			Résultat final : les solutions de l'équation sont -2 et 2 .	----- -
	5/ a)	Déterminer la condition d'existence d'une fraction rationnelle	Contraintes : $(x-2)(3x-4) \neq 0$	0,25
			Résolution directe : $x-2 \neq 0$ et $3x-4 \neq 0$ * $x \neq 2$ et $x \neq \frac{4}{3}$ (une réponse juste) **	0,25 0,25
			ou Résolution par la contraposée : $(x-2)(3x-4) = 0$ $x-2 = 0$ ou $3x-4 = 0$ * $x = 2$ ou $x = \frac{4}{3}$ (une réponse juste) **	

			Conclusion : Q existe si et seulement $x \neq 2$ et $x \neq \frac{4}{3}$	0,25
	b)	Simplifier une fraction rationnelle	Simplification de Q : $Pour\ x \neq 2\ et\ x \neq \frac{4}{3} : Q = \frac{7(x+2)}{3x-4}$	0,5
	c)	Calculer une valeur numérique d'une fraction rationnelle	Remplacement de x par $\sqrt{2}$ dans Q (forme simplifiée ou non)	0,25
			Résultat final : $Q = \frac{7\sqrt{2}+14}{3\sqrt{2}-4} = \frac{49+35\sqrt{2}}{2}$	0,25

SEANCE 3 (4 heures) : L'EXPLOITATION DES RESULTATS D'UNE EVALUATION

Consignes pour le formateur

- Faire l'exploitation des résultats à travers l'analyse du tableau portant répartition des notes
- Faire identifier les mesures pour améliorer les performances des élèves.

Consignes d'activités pour le stagiaire

Le tableau ci-dessous donne la répartition des notes de deux devoirs de maths des élèves d'une classe de 4^e :

	$0 \leq N < 6$	$6 \leq N < 8$	$8 \leq N < 9$	$9 \leq N < 10$	$10 \leq N < 12$	$12 \leq N < 14$	$14 \leq N < 16$	$16 \leq N \leq 20$
Devoir n° 1	23	16	8	7	10	6	3	2
Devoir n° 2	15	12	12	12	14	5	2	3

- Quelle analyse faites-vous de ces résultats ?
- Quelles mesures pouvez-vous envisager pour relever les performances de cette classe ?